

# تطور جملة مختزة

إعداد الأستاذ فرقاني فارس  
ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم - الخروب - قسنطينة  
[www.sites.google.com/site/faresfergani](http://www.sites.google.com/site/faresfergani)

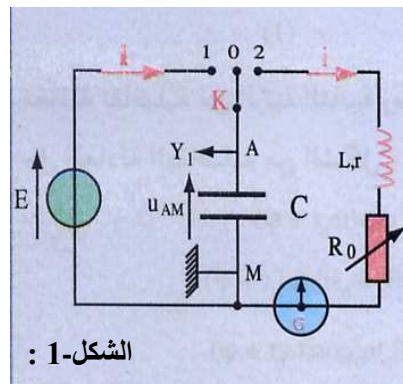
## المحتوى المفاهيمي : 02

### الاهتزازات الحرة لجملة كهربائية

#### الاهتزازات الحرة للدائرة الحقيقية (R,L,C)

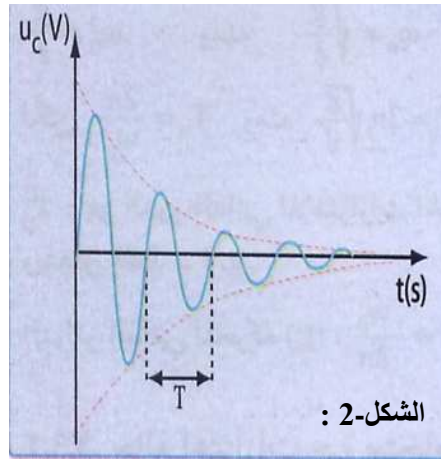
##### • الدراسة التحليلية للدائرة الحقيقية (R,L,C) :

نحقق الدارة المبينة في (الشكل-1) المقابل ، نشحن المكثف بوضع البادلة في الوضع (1) ، ثم نفرغها بنقلها إلى الوضع (2) و نعطي للمقاومة  $R_0$  قيمة متزايدة ، و من أجل كل قيمة نراقب حركة إبرة المقياس الغلفاني و نتابع أيضا تغيرات التوتر بين طرفي المكثف و ذلك من البيان الذي يظهر على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي .  
نعتبر  $R = R_0 + r$  هي المقاومة المكافئة .

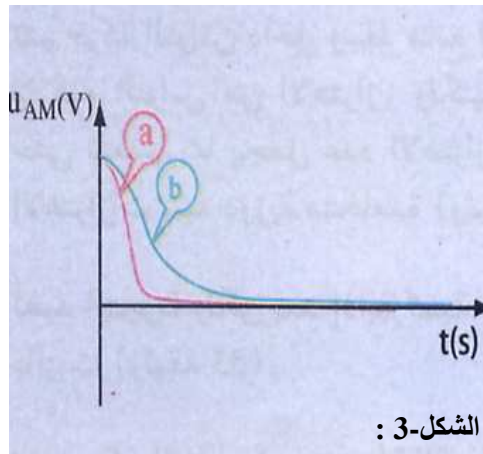


- من أجل  $R_0 = 0$  أي المقاومة المكافئة للدائرة هي  $R = r$  (مقاومة صغيرة) تهتز إبرة المقياس الغلفاني على جانبي الصفر المركزي بسعات متناقصة حتى تعود إلى الصفر ، أما على شاشة راسم الاهتزاز فيظهر البيان المبين في (الشكل-2) و الذي يظهر أن التوتر بين طرفي المكثف أثناء تفريغها يكون متناوبا و الاهتزازات الحاصلة شبه دورية

و سعتها تتناقص بسرعة لذا نقول عن الاهتزازات أنها متخامدة ، وبما أن الدارة لا تتلقى طاقة من الوسط الخارجي نقول إن الاهتزازات حرة و تسمى الدارة  $(R,L,C)$  بالدارة المهتزة الحرة و المتخامدة و النظام في الدارة شبه دوري ، و شبه دور اهتزازتها هو  $T$  .

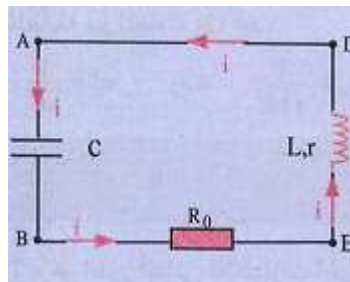


- نزيد من قيمة المقاومة المكافئة  $R$  فنلاحظ تزايد تخامد الاهتزازات حتى تصل إلى قيمة كبيرة للمقاومة ، عندها تنحرف إبرة المقياس الغلفاني إلى جهة واحدة ثم تعود إلى للصفر ، أما على شاشة راسم الاهتزاز نشاهد البيان المبين في (الشكل-3) .



#### • المعادلة التفاضلية بدلالة $q(t)$ للدارة الحقيقية $(R,L,C)$ :

نحقق الدارة الكهربائية التالية و التي تتكون على التسلسل من وشيعة ذاتيتها  $L$  و مقاومتها الداخلية  $r$  ، مكثفة مشحونة سعتها  $C$  ، ناقل أومي مقاومته  $R_0$  ، نختار اتجاهها موجبا للتيار الكهربائي كما مبين في الشكل .



- بتطبيق قانون جمع التوترات :

$$u_{AB} + u_{BE} + u_{DE} + u_{DA} = 0$$

$$u_C + u_{R0} + u_b + 0 = 0$$

$$\frac{q}{C} + Ri + L \frac{di}{dt} + ri = 0$$

$$L \frac{di}{dt} + (R_0 r) i + \frac{q}{C} = 0$$

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + (R_0 r) \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

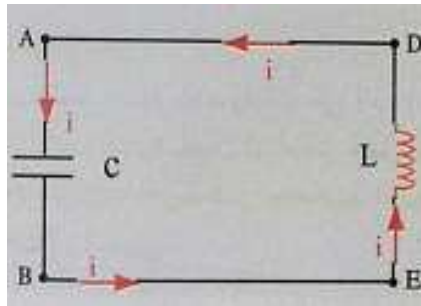
$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{(R_0 r)}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى ، لا تقبل حل جيبى ، حلها خارج البرنامج .

## الاهتزازات الحرة للدارة المثالية (L,C)

### • المعادلة التفاضلية بدلالة q(t) للدارة الحقيقية (R,L,C) :

نحقق الدارة الكهربائية التالية و التي تتكون على التسلسل من وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها الداخلية r ، مكثفة مشحونة سعتها C ، ناقل أومي مقاومته R<sub>0</sub> ، نختار اتجاهها موجبا للتيار الكهربائي كما مبين في الشكل .



- بتطبيق قانون جمع التوترات :

$$u_{AB} + u_{BE} + u_{DE} + u_{DA} = 0$$

$$u_C + 0 + u_b + 0 = 0$$

$$\frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$$

هي من الشكل :

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى ، حلها جيبي من الشكل  $q = Q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$  ، ومنه الإهتزازات الجملة حرة جيبيية غير متخادمة دورها :

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$$

#### • العبارة الزمنية $q(t)$ والمنحنى البياني الموافق :

- حل المعادلة التفاضلية بدلالة  $q(t)$  السابقة :

$$q = Q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

- من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow q = + Q_0$$

بالتعويض في المعادلة :

$$+Q_0 = Q_0 \cos(\omega_0(0) + \varphi) \rightarrow \cos\varphi = +1 \rightarrow \varphi = 0$$

ومنه العبارة الزمنية  $q(t)$  تصبح :

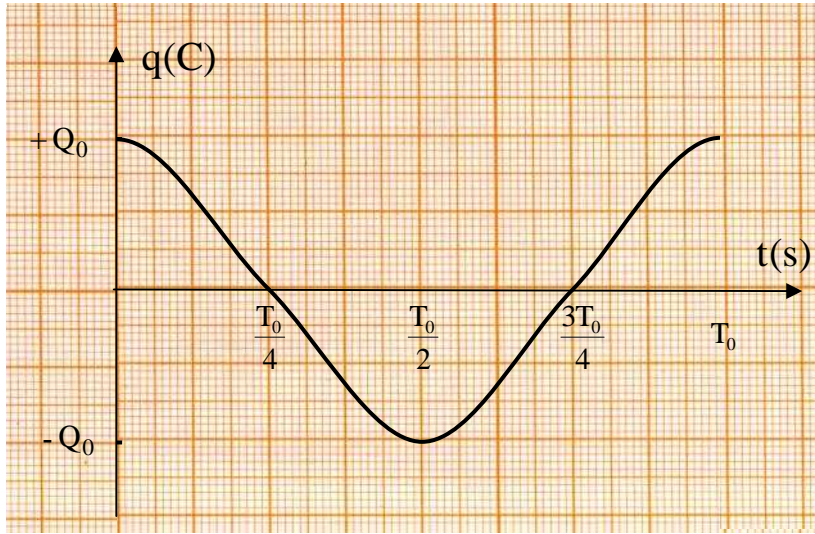
$$q = Q_0 \cos(\omega_0 t)$$

لرسم المنحنى البياني  $q(t)$  نحسب اعتمادا على المعادلة قيم شحنة المكثفة  $q$  خلال اللحظات :  $t = 0$  ،  $t = \frac{T_0}{4}$  ،

كما مبين في الجدول التالي :  $t = T_0$  ،  $t = \frac{3T_0}{4}$  ،  $t = \frac{T_0}{2}$

t (s)	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	$T_0$
$(\omega_0 t) = (\frac{2\pi}{T_0} t)$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$q = Q_0 \cos(\omega_0 t)$	$+Q_0$	0	$-Q_0$	0	$+Q_0$

و منه يكون المنحنى  $q(t)$  كما يلي :



### • العبارة الزمنية $i(t)$ و المنحنى البياني الموافق :

لدينا :

$$i = \frac{dq}{dt}$$

مما سبق :  $q = Q_0 \cos(\omega_0 t)$  يكون :

$$i = -\omega_0 Q_0 \sin(\omega_0 t)$$

$$i = -I_0 \sin(\omega_0 t)$$

حيث :  $I_0 = \omega_0 Q_0$  هي شدة التيار الأعظمية .

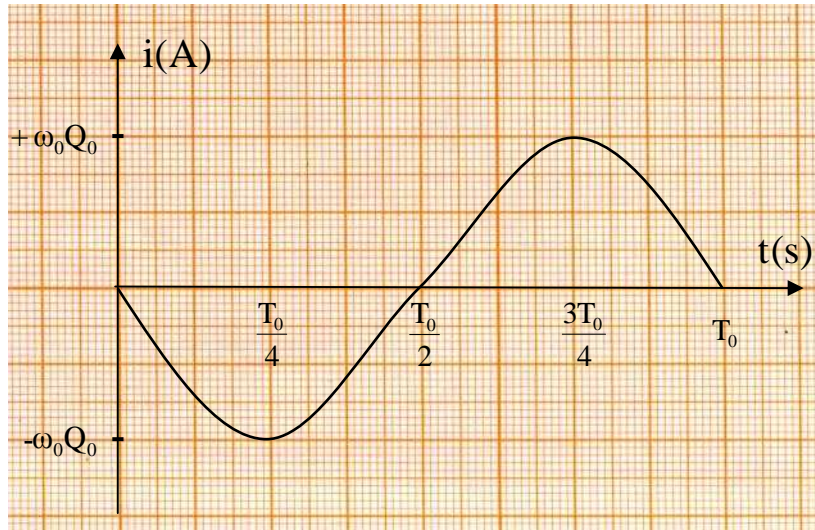
بيانيا :

لرسم المنحنى البياني  $v(t)$  نحسب اعتمادا على المعادلة قيم شدة التيار  $i$  خلال اللحظات :  $t = 0$  ،  $t = \frac{T_0}{4}$  ،

$t = \frac{T_0}{2}$  ،  $t = \frac{3T_0}{4}$  ،  $t = T_0$  ، كما مبين في الجدول التالي :

$t (s)$	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	$T_0$
$(\omega_0 t) = (\frac{2\pi}{T_0} t)$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$i = -\omega_0 Q_0 \cos(\omega_0 t)$	0	$-\omega_0 Q_0$	0	$-\omega_0 Q_0$	0

و منه يكون المنحنى  $i(t)$  كما يلي :



### • الطاقة في الدارة الكهربائية المهتزة :

#### ■ طاقة الجملة $(L, C)$ :

- تخزن الدارة المثالية  $(L, C)$  في اللحظة  $t$  طاقة في المكثف عبارتها  $E_{(C)} = \frac{1}{2} C u_C^2$  ، و تخزن في الوشعة طاقة

عبارتها  $E_{(L)} = \frac{1}{2} L i^2$  ، و عليه فالطاقة الكلية المخزنة في الدارة المثالية  $(L, C)$  يعبر عنها بالعلاقة :

$$E = E_{(C)} + E_{(L)}$$

$$E = \frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L i^2$$

و حيث أن :  $u_C = \frac{q}{C}$  نكتب :

$$E = \frac{1}{2} C \frac{q^2}{C^2} + \frac{1}{2} L i^2$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L i^2$$

#### ■ إثبات أن طاقة الدارة المثالية $(L, C)$ ثابتة في كل لحظة :

لدينا مما سبق :

$$E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L i^2$$

وجدنا سابقا :

$$q = Q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 Q_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} L \omega_0^2 Q_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

وجدنا سابقا :  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$  و منه يصبح :

$$E = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} L \frac{1}{LC} Q_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \underbrace{(\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi))}_1$$

لدينا :

$$\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = 1$$

و منه يصبح :

$$E = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = E_{(C)0}$$

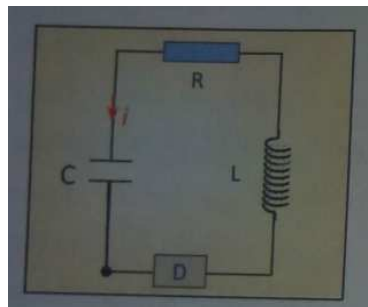
إذن طاقة الجملة (L,C) في حالة اهتزازية غير متخادمة تكون ثابتة و مساوية لطاقة المكثفة الأعظمية .

- يمكن إثبات بنفس الطريقة و بأخذ  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \rightarrow \frac{1}{C} = \omega_0^2 L$  ، نجد أن طاقة الجملة (L,C) في حالة اهتزازية غير متخادمة تكون ثابتة و مساوية لطاقة الوشيع الأعظمية ، حيث نجد في النهاية :

$$E = \frac{1}{2} L \omega_0^2 Q_0^2 = E_{(L)0}$$

### ● تغذية الإهتزازات الكهربائية :

التخاد في الدارة RLC ناتج عن المقاومة R التي تتسبب في ضياع الطاقة على شكل مفعول جول ، و لتعويض الطاقة نضيف إلى الدارة ثنائي قطب (D) يدعى دارة المقاومة السلبية يعمل على تعويض هذه الطاقة الضائعة في كل لحظة بحيث تصبح الاهتزازات دورية .





- المعادلة التفاضلية :

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_b + u_R + u_C = u_D$$

$$L \frac{di}{dt} + Ri + u_C = R_D i$$

لدينا :

$$\bullet i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C \cdot u_C)}{dt} \rightarrow i = C \frac{du_C}{dt}$$

$$\bullet \frac{di}{dt} = C \frac{d^2 u_C}{dt^2}$$

و منه يصبح :

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + RC \frac{du_C}{dt} + u_C = R_D C \frac{du_C}{dt}$$

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = R_D C \frac{du_C}{dt} - RC \frac{du_C}{dt}$$

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = C(R_D - R) \frac{du_C}{dt}$$

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = \frac{(R_D - R)}{L} \frac{du_C}{dt}$$

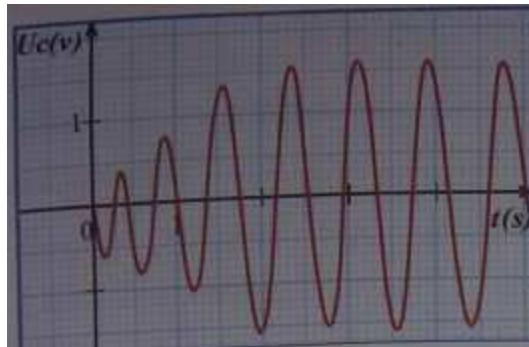
لكي تختفي الاهتزازات يجب أن تكون الطاقة الضائعة بفعل جول ( $R \cdot i^2$ ) في الدارة تساوي الطاقة التي يعطيها المولد D في كل لحظة هي :

$$R_D i^2 = R i^2 \rightarrow R = R_D$$

و منه تصبح المعادلة التفاضلية كما يلي :

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$$

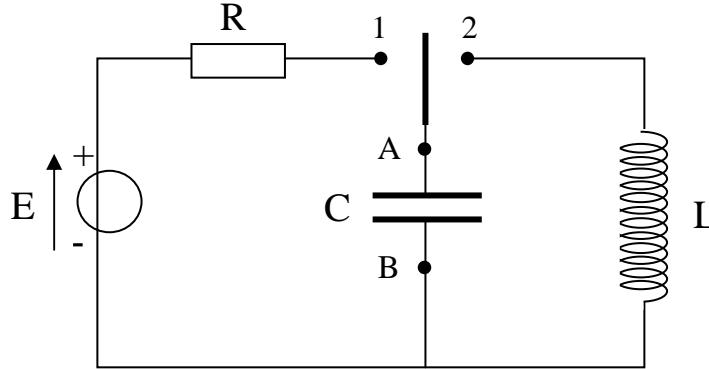
و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية حلها جيبي ، و نشاهد على شادة راسم اهتزازا مهبطي موصول بين طرفي مكثفة المنحنى التالي :





**التمرين (1) :** ( التمرين : 017 في بنك التمارين على الموقع ) (\*)

نحقق التركيب الكهربائي التجريبي المبين في الشكل المقابل باستعمال التجهيز : مكثفة سعتها (C) غير مشحونة ، ناقل أومي مقاومته  $R = 10 \Omega$  ، مولد ذي توتر ثابت  $E = 12 \text{ V}$  ، وشيعة مقاومتها مهملة ذاتيتها  $L$  .



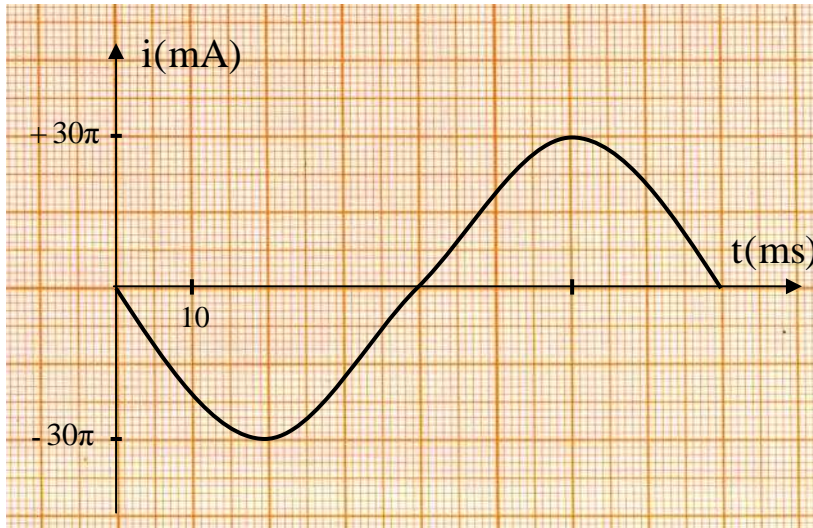
1- نضع البادلة في الوضع (1) عند اللحظة  $t = 0$  .

أ- ما هي الظاهرة الملاحظة ، فسر هذه الظاهرة على المستوى المجهرى .

ب- عند نهاية الشحن تكون طاقة المكثفة  $E_{(C)} = 7.2 \cdot 10^{-3} \text{ J}$  ، أحسب : سعة المكثفة  $C$  ، ثابت الزمن  $\tau$  .

ج- نريد تسريع عملية الشحن ، لهذا الغرض نصل ناقل أومي آخر مقاومته  $R'$  مع الناقل الأومي السابق ذو المقاومة  $R$  . ببين مع الشرح كيف يجب وصل الناقلين الأوميين  $R$  ،  $R'$  (على التسلسل أو على التفرع) لتحقيق هذا الغرض .

2- نضع البادلة في الوضع 2 عند اللحظة  $t = 0$  ، المنحنى البياني التالي يمثل تغيرات شدة التيار الكهربائي بدلالة الزمن . نعتبر  $\pi^2 = 10$  .



أ- ما هي الظاهرة الملاحظة .

ب- اكتب المعادلة التفاضلية المعبرة عن شحنة المكثفة  $q(t)$  .

ج- استنتج من البيان :

- الدور الذاتي  $T_0$  .
- النبض الذاتي  $\omega_0$  .
- شحنة المكثفة الأعظمية (بطريقتين) .
- ذاتية الوشيعة  $L$  .

- د- اكتب العبارة اللحظية لشحنة المكثفة  $q(t)$  علما أن  $q > 0$  عند اللحظة  $t = 0$  .  
 ه- بين أن طاقة الجملة الكهربائية محفوظة .  
 و- في الحقيقة المقاومة الداخلية للوشية  $r$  ليست مهمة . ناقش حسب قيم  $r$  طبيعة النظام الكهربائي المهتز مبينا ذلك منحنى كيفي .

**الأجوبة :****1- أ- الظاهرة الملاحظة :**

هي شحن المكثفة و على المستوى المجهرى تنتقل الإلكترونات من اللبوس A إلى اللبوس B و تتراكم في اللبوس B بسبب العازل ، فيشحن اللبوس B سلبا و يشحن اللبوس A إيجابا .

**ب- سعة المكثفة C :**

عند نهاية الشحن تكون طاقة المكثفة أعظمية ، أي :  $E_{(C)0} = 7,2 \cdot 10^{-3} \text{ J}$  و لدينا :

$$E_{(C)0} = \frac{1}{2} C E^2 \rightarrow C = \frac{2E_{(C)0}}{E^2}$$

$$C = \frac{2 \cdot 7,2 \cdot 10^{-3}}{(12)^2} = 10^{-4} \text{ F}$$

**- ثابت الزمن  $\tau$  :**

$$\tau = RC$$

$$\tau = 10 \cdot 10^{-4} = 10^{-3} \text{ s}$$

ج- لتسريع شحن المكثفة نخفض من قيمة زمن اتمام الشحن ( $5\tau$ ) و بالتالي تخفيض قيمة  $\tau = RC$  ، و لتحقيق ذلك

نقلل من قيمة المقاومة  $R$  و هذا يتحقق عند ربط الناقلين الأوميين على التفرع أين يكون :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$
**2- أ- الظاهرة الملاحظة :**

كون أنه لا توجد مقاومة في الدارة (لا يوجد ناقل أومي و لا مقاومة داخلية للوشية ) ، فإن الظاهرة الملاحظة هي اهتزازات كهربائية غير متخامدة .

**ب- المعادلة التفاضلية بدلالة  $q(t)$  :**

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_b + u_C = 0$$

$$L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \rightarrow \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$$

**ج- قيمة  $T_0$  :**

$$T_0 = 8 \cdot 10 = 80 \text{ ms} \quad (\text{من البيان})$$

**- قيمة  $\omega_0$  :**

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{80 \cdot 10^{-3}} = 25 \pi \text{ rad/s}$$

- قيمة  $Q_0$  :

طريقة (1) :

$$Q_0 = EC \rightarrow Q_0 = 12 \cdot 10^{-4} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

طريقة (2) :

من المنحنى  $i(t) : I_0 = 30\pi \text{ mA}$  و لدينا :

$$I_0 = \omega_0 Q_0 \rightarrow Q_0 = \frac{I_0}{\omega_0} \rightarrow Q_0 = \frac{30\pi \cdot 10^{-3}}{25\pi} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

- قيمة  $L$  :

من المعادلة التفاضلية :

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \rightarrow L = \frac{1}{\omega_0 C} \rightarrow L = \frac{1}{(25\pi)^2 \cdot 10^{-4}} = 1,6 \text{ H}$$

د- العبارة  $q(t)$  :

$$q = Q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow q = +Q_0$$

بالتعويض :

$$Q_0 = Q_0 \cos(\omega_0(0) + \varphi) \rightarrow \cos(\varphi) = 1 \rightarrow \varphi = 0$$

إذن :

$$q = 1,2 \cdot 10^{-3} \cos(25\pi t)$$

هـ- إثبات أن طاقة الجملة (مكتفة + وشيعة) ثابتة :

- تخزن الدارة المثالية (L,C) في اللحظة t طاقة في المكتفة عبارتها  $E_{(C)} = \frac{1}{2} C u_C^2$  ، و تخزن عند نفس اللحظة

في الوشيعة طاقة عبارتها  $E_{(L)} = \frac{1}{2} L i^2$  ، و عليه فالطاقة الكلية المخزنة عند اللحظة t في الدارة المثالية (L,C) يعبر عنها بالعلاقة :

$$E = E_{(C)} + E_{(L)}$$

$$E = \frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L i^2$$

و حيث أن :  $u_C = \frac{q}{C}$  نكتب :

$$E = \frac{1}{2} C \frac{q^2}{C^2} + \frac{1}{2} L i^2 \rightarrow E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L i^2$$

لدينا في الاهتزازات الكهربائية غير المتخادمة :

$$q = Q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 Q_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

بالتعويض في عبارة الطاقة :

$$E = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \cos^2(\omega_0 t + \phi) + \frac{1}{2} L \omega_0^2 Q_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \phi)$$

وجدنا سابقا :  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$  و منه يصبح :

$$E = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \cos^2(\omega_0 t + \phi) + \frac{1}{2} L \frac{1}{LC} Q_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \phi)$$

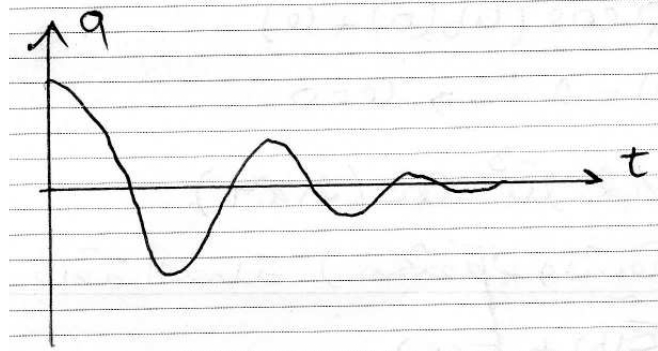
$$E = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} (\underbrace{\cos^2(\omega_0 t + \phi) + \sin^2(\omega_0 t + \phi)}_1) \rightarrow E = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = E_{(C)0}$$

- يمكن إثبات بنفس الطريقة و بأخذ  $(\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \rightarrow \frac{1}{C} = \omega_0^2 L)$  ، نجد أن طاقة الجملة الجملية  $(L, C)$  في حالة اهتزازية غير متخامدة تكون ثابتة و مساوية لطاقة الوشيعية الأعظمية ، حيث نجد في النهاية :

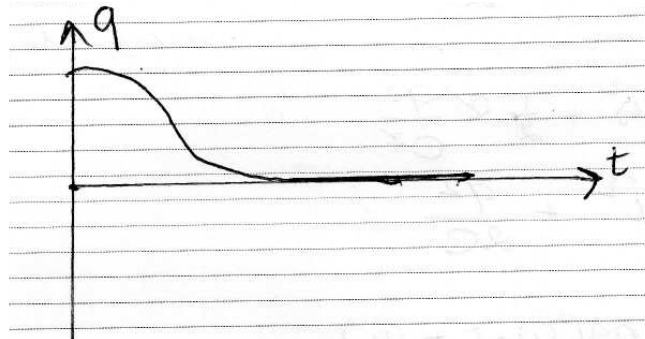
$$E = \frac{1}{2} L \omega_0^2 Q_0^2 = E_{(L)0}$$

و- طبيعة النظام :

إذا كانت المقاومة الداخلية للوشيعية  $r$  صغيرة يكون النظام شبه دوري متخامد :

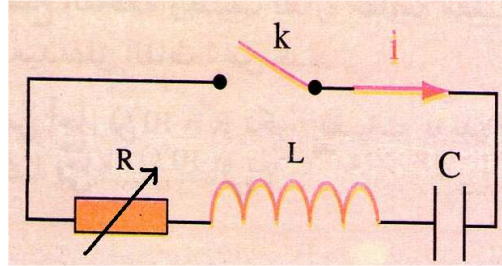


- إذا كانت المقاومة الداخلية للوشيعية  $r$  معتبرة يكون النظام لا دوري حرج .

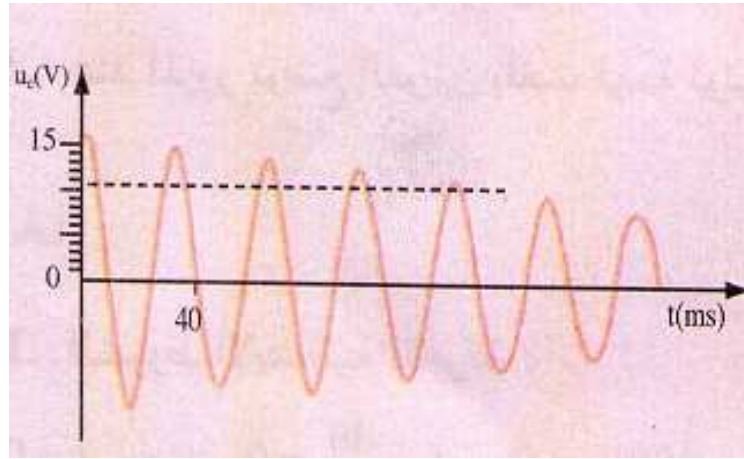


**التمرين (2) :** ( التمرين : 009 في بنك التمارين على الموقع ) (\*)

جزء من دائرة كهربائية تتكون على التسلسل من : مكثفة سعتها  $C = 10^{-4} \text{ F}$  شحنت تحت توتر قدره  $15\text{V}$  ، وشيعة ذاتيها  $L$  و مقاومتها الداخلية مهملة ( $r = 0$ ) معدلة (ناقل أومي ذو مقاومة متغيرة) .



نتابع تغيرات التوتر  $u_C$  بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن فنحصل على البيان التالي :



- 1- ما هو نمط الإهتزازات ؟ علل .
- 2- عين قيمة شبه دور الاهتزازات  $T$  .
- 3- أحسب ذاتية الوشيعة  $L$  باعتبار الدور  $T$  يقترب من الدور الذاتي  $T_0$  .
- 4- أحسب الطاقة الأعظمية للدراة .
- 5- أحسب الطاقة الضائعة عند نهاية الاهتزازة الرابعة .
- 6- أحسب الشدة الأعظمية للتيار الكهربائي  $I_0$  .
- 7- كيف يصبح نمط الاهتزازات إذا كانت قيمة  $R$  كبيرة جدا ، مثل في هذه الحالة و بشكل كيفي تطور التوتر  $u_C(t)$  بين طرفي المكثفة .

$$\pi^2 = 10$$

**الأجوبة :****1- نمط الاهتزازات :**

الجملة المهتزة ( $R, L, C$ ) لا تتلقى طاقة من الوسط الخارجي أثناء الاهتزازات لذا فالاهتزازات حرة ، و بما أن الدائرة تحتوي على ناقل أومي (مقاومة) ، هذه الأخيرة تعتبر سبب في تخامد هذه الاهتزازات كون أن طاقة الجملة تضعيع على شكل حرارة بفعل جول في الناقل الأومي ، إذن نمط الاهتزازات في الدارة ( $R, L, C$ ) حرة متخامدة .

2- قيمة شبه الدور T :  
من البيان :

$$\frac{5T}{4} = 40 \text{ ms} \rightarrow T = \frac{4 \cdot 40}{5} = 32 \text{ ms}$$

3- ذاتية الوشيعة L :

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \rightarrow T^2 = 4\pi^2.L.C \rightarrow L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C}$$

$$L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C} \frac{(32 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot 10^{-4}} = 0.256 \text{ H}$$

4- الطاقة الأعظمية للدائرة :  
تكون طاقة الجملة (R,L,C) أعظمية عند اللحظة  $t = 0$  ، أين تكون طاقة المكثفة أعظمية و طاقة الوشيعة عندئذ معدومة ، أي :

$$E_{\max} = E_{C \max} = \frac{1}{2} C \cdot u_{C \max}^2$$

من البيان :  $u_{C \max} = 15 \text{ V}$  و منه :

$$E_{\max} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-4} \rightarrow (15)^3 = 1.125 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

5- الطاقة الضائعة في نهاية الاهتزازة الرابعة :  
في نهاية الاهتزازة الرابعة يكون التوتر  $u_C$  في قيمته الحدية عندها تكون طاقة الوشيعة معدومة ، و كون أن طاقة المكثفة  $u_C = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2$  تكون طاقة الجملة (R,L,C) عند نهاية الاهتزازة الرابعة هي :

$$E = E_{(C)} = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2$$

من البيان ، عند نهاية الاهتزازة الرابعة يكون  $u = 11 \text{ V}$  و منه طاقة الجملة (R,L,C) عند هذه اللحظة هي :

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-4} (11)^2 = 6.05 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

الطاقة الضائعة هي النقصان في الطاقة بين اللحظة  $t = 0$  و نهاية الاهتزازة الرابعة ، فإذا اعتبرنا الطاقة الضائعة هي  $E'$  نكتب :

$$E' = E_0 - E$$

$$E' = 1.125 \cdot 10^{-2} - 6.05 \cdot 10^{-3} = 5.2 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

6- شدة التيار الأعظمية :

تكون شدة التيار الكهربائي في أعظم قيمة لها عندما تكون طاقة الوشيعة في أعظم قيمة لها ، و أعظم قيمة لطاقة الوشيعة  $E_{(C)\max}$  لا تتعدى طاقة الدارة (R,L,C) الأعظمية أي :

$$E_{(L)\max} = E_{\max} = 1.125 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

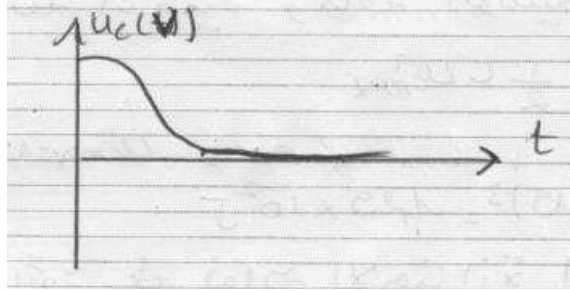
و لدينا :

$$E_{(L)\max} = \frac{1}{2} L \cdot I_0^2 \rightarrow I_0 = \sqrt{\frac{2E_{(L)\max}}{L}}$$

$$I_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.125 \cdot 10^{-2}}{0.256}} \approx 0.30A$$

7- نمط الاهتزاز عندما تكون R كبيرة جدا :

بازدياد قيمة المقاومة R يزداد تخامد الاهتزازات الكهربائية و عندما تكون قيمة المقاومة كبيرة جدا ، يصبح نظام الدارة لا دوري (حرجًا) ، في هذه الحالة يصبح شكل تطور التوتر  $u_C(t)$  بين طرفي المكثفة كما يلي :





**\*\* الأستاذ : فرقاني فارس \*\***  
ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم  
الخروب - قسنطينة  
Fares\_Fergani@yahoo.Fr

نرجو إبلاغنا عن طريق البريد الإلكتروني بأي خلل في الدروس أو التمارين و حلولها .  
وشكرا مسبقا

لتحميل نسخة من هذا الملف و للمزيد . أدخل موقع الأستاذ :

**[www.sites.google.com/site/faresfergani](http://www.sites.google.com/site/faresfergani)**